Olimpíada Tubarão de Matemática

Primeira fase Nível Médio

1. Um jogo de video game possui uma fase na qual o jogador deve fazer uma sequência

$$DDEDEDEE$$

para sair da estrada do lago de fogo e chegar na ponte da ilha da magia. As letras D e E indicam, respectivamente direita e esquerda nas estradas que aparecem. Voltando a partir da ponte da ilha da magia qual a sequência de movimentos que o jogador deve fazer a fim de retornar a estrada do lago de fogo?

   (a) $DDEDEDEE$
   (b) $DDEDEDEE$
   (c) $DDEEEDED$
   (d) $EEDDDEDE$
   (e) $EDEDEEDD$

2. > "Se essa rua se essa rua fosse minha, eu mandava eu mandava ladrilhar..."

Ladrilhar uma região do plano é cobri-la com peças do mesmo tipo (aqui consideramos polígonos regulares) sem que haja espaços vazios e nem sobreposição. Determine qual dos seguintes polígonos regulares **não** podem ser usados para ladrilhar uma região do plano.

   (a) Triângulos equiláteros.
   (b) Quadrados.
   (c) Pentágonos regulares.
   (d) Hexágonos regulares.

3. Maria comprou um caderno com 200 folhas e numerou-as de 1 a 400. João arrancou 25 folhas do caderno de Maria e somou os 50 números que encontrou escritos nas folhas. Qual a única alternativa que mostra uma possibilidade para a soma encontrada.

   (a) 1435
   (b) 2000
   (c) 2500
   (d) 3995
   (e) 4000

4. Um jogo virtual consiste de um gafanhoto no centro da tela e o jogador pode decidir se o gafanhoto pula para a esquerda ou para a direita para cima ou para baixo. Seu primeiro pulo corresponde a uma distância de 1, seu segundo a 2, e assim por diante. Qual a única alternativa que corresponde a um número de pulos que seja possível voltar a posição inicial.

   (a) 2014
   (b) 2015
   (c) 2016
   (d) 2017
   (e) 2018

5. O show do milhão era um programa de perguntas e respostas apresentado por Sílvio Santos anos atrás. Aqui temos uma adaptação de uma pergunta de um milhão. Se escrevemos os números de 1 até 1000 quantas vezes escrevemos o dígito 5? Qual a resposta que levaria o concorrente ao prêmio máximo do programa?

   (a) 100
   (b) 200
   (c) 300
   (d) 290
   (e) 350

6. Um aplicativo consiste de 100 botões numerados de 1 a 100. Quando pressionado o botão 1 todos os outros botões mudam de cor (entre verde e vermelho). Quando pressionado o botão 2, mudam de cor os múltiplos de 2, isto é, $2, 4, 6, 8, 10, \ldots, 100$. Quando pressionado o botão 3 mudam de cor os múltiplos de 3, isto é, $3, 6, 9, \ldots, 99$. E assim sucessivamente até o botão 100 que muda de cor somente a si mesmo. Inicialmente todos os botões estão vermelhos, após pressionarmos todos os botões quantos serão os botões verdes.

   (a) 3
   (b) 5
   (c) 10
   (d) 20
   (e) 30

7. Os anos bissextos ocorrem a cada quatro anos (quase sempre) nos múltiplos de 4 e possuem 366 dias, um a mais que os outros anos. É o 29 de fevereiro. A exceção é quando o ano termina em 00 como $2000, 2100, 2200, 2300$. Nesse caso, retira-se 00 (dividindo por 100) e verifica-se se o número resultante é ainda múltiplo de 4, caso afirmativo ele será bissexto. Assim, 2000 foi bissexto, enquanto $2100, 2200, 2300$ não serão. Levando em conta os anos bissextos, e sabendo que hoje é sexta-feira 14 de outubro de 2016, que dia da semana será daqui a 2000 anos. Ou seja, que dia da semana será em 14 de outubro de 4016?

   (a) Segunda-feira.

   (b) Terça-feira.

   (c) Quarta-feira.

   (d) Quinta-feira.

   (e) Sexta-feira.

8. Dividindo uma circunferência em partes iguais e ligando pontos que estejam separados por uma mesma distância damos origem a um polígono regular que pode ser estrelado ou não. Quantos são os polígonos estrelados distintos que podemos construir dividindo a circunferência em 120 partes iguais?

   (a) 8

   (b) 16

   (c) 32

   (d) 64

   (e) 128

9. Um jogo possui dois tipos de pontuação. O poder de ar vale 17 pontos e o poder de fogo 50 pontos. Um jogador tem 570 pontos. Qual a diferença entre o número de poderes de ar e de fogo desse jogador?

   (a) 2

   (b) 3

   (c) 5

   (d) 7

10. Os dados convencionais tem o formato de cubo numerados de 1 a 6 e a soma dos números nas faces opostas do cubo é sempre 7. Uma máquina imprime aleatoriamente os números nas faces de um cubo. Qual a probabilidade de um dado impresso ser convencional?

    (a) 1/120

    (b) 1/60

    (c) 1/30

    (d) 1/15

    (e) 2/15

11. Numa corrida com vários participantes incluem-se Augusto, Begusto, Cegusto, Degusto e Egusto. Dentre todas as possíveis configurações finais, qual a probabilidade das posições relativas dos amigos está em ordem alfabética? (Não necessariamente eles estão adjacentes).

    (a) $\frac{1}{120}$

    (b) $\frac{1}{60}$

    (c) $\frac{1}{24}$

    (d) $\frac{1}{10}$

    (e) $\frac{1}{5}$

12. Desejamos cobrir um tabuleiro (ou um tabuleiro modificado) com o mesmo número de linhas e colunas usando dominós, ou seja, retângulos que correspondem a duas casas do tabuleiro. Assinale qual dos seguintes tabuleiros podem ser cobertos por dominós.

    (a) Tabuleiro 3×3.

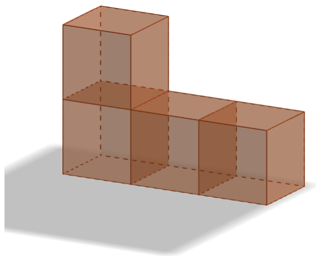
    (b) Tabuleiro 4×4 donde retiramos duas casas opostas.

    (c) Tabuleiro $5\times$ donde retiramos a casa central.

    (d) Tabuleiro 5×5.

    (e) Tabuleiro 7×7.

13. Usando blocos em forma de L tendo dois cubos na base e três na altura (no total há 4 cubos) queremos construir um bloco maior. Dentre os seguintes blocos qual o que **não** pode ser obtido a a partir desse blocos em L?



(a) Um bloco $1 \times 2 \times 4$.

(b) Um bloco $2 \times 2 \times 4$.

(c) Um bloco $4 \times 4 \times 4$.

(d) Um bloco $3 \times 3 \times 3$ sem o cubinho central.

(e) Um bloco $6 \times 6 \times 6$.

14. Maria precisa marcar 33 pontos distintos em um um quadrado de lado 4cm. João tem um triângulo isósceles retângulo de lado 1cm que será encaixado sobre o quadrado de lado 4. Analise as proposições:

(I) João precisa de 32 triângulos para cobrir a página inteira.

(II) Independente das escolhas de maria, João sempre consegue encaixar um triângulo com pelo menos 2 pontos.

(III) O número máximo de pontos que João pode conseguir encaixar num triângulo é 33.

Podemos afirmar, que são verdadeiros, apenas os ítens:

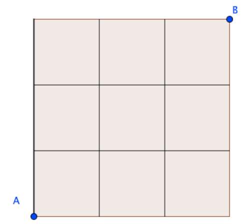
(a) I e II

(b) I e III

(c) II e III

(d) I, II e III

15. Num jogo, as cidades são representadas por pontos de um quadrado 3×3. De quantas formas podemos sair da cidade A e chegar na cidade B sem passar duas vezes pelo mesmo caminho e sendo apenas permitidos os seguintes movimentos: Direita, Subida e Descida?



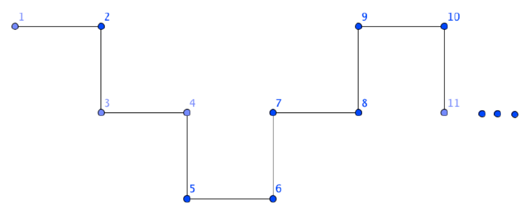
(a) 16

(b) 32

(c) 64

(d) 128

16. Escrevendo os números naturais seguindo a ordem da escadinha



O número 2016 estará na mesma posição do número:

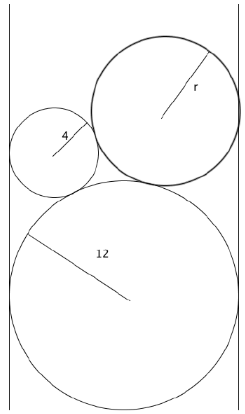
(a) 7

(b) 8

(c) 9

(d) 10

17. Temos 3 discos (dois com raios conhecidos), para descobrir o raio do terceiro disco João usou uma canaleta com diâmetro igual ao disco de maior diâmetro conforme a figura. Ele colocou primeiro a maior moeda e depois a menor moeda, ambas com raio conhecido(12 cm e 4 cm), depois João notou que a terceira moeda fazia tangenciou as duas primeiras moedas e também a canaleta. Qual o comprimento do raio dessa moeda?



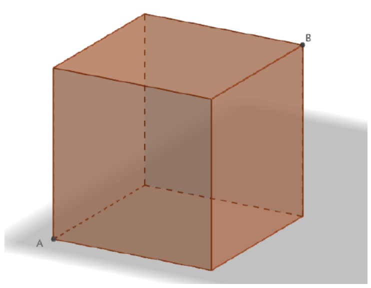
(a) 10

(b) 9

(c) 8

(d) 7

18. Uma formiga decide ir do ponto A até o ponto B de um cubo de açucar, percorrendo a menor distância. Se o lado do cubo mede 1cm, qual a menor distância (em cm) percorrida pela formiga?



(a) 2

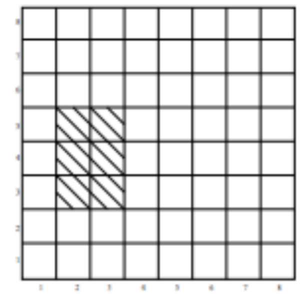
(b) $\sqrt{3}$

(c) 3

(d) $\sqrt{5}$

(e) 4

19. Quantos retângulos existem num quadriculado 8×8? Consideramos, apenas, retângulos formados pelos quadradinhos 1×1 do quadrado original.



(a) 64

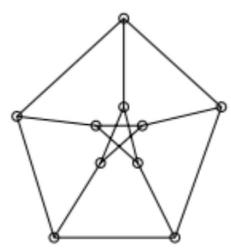
(b) 80

(c) 720

(d) 1296

(e) 648

20. Quantas hexágonos existem na figura a seguir, com os vértices sobre os vértices dados? (Note que um hexágono não precisa ser convexo, e as bordas podem atravessar!)



(a) 6

(b) 9

(c) 12

(d) 15

(e) 18