

Olimpíada Tubarão de Matemática  
Segunda fase Nível Médio

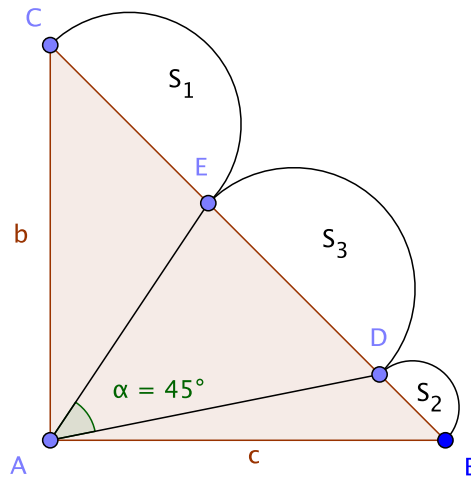
1. Os papéis  $A_0, A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, \dots$  satisfazem uma interessante propriedade. Cada um deles é o dobro do posterior, isto é, ao dobrar uma folha de  $A_0$  ao meio obtemos uma folha de  $A_1$ ; ao dobrar uma folha de  $A_1$  ao meio obtemos uma folha de  $A_2$ . Matematicamente,  $A_0 = 2A_1, A_1 = 2A_2, A_2 = 2A_3, A_3 = 2A_4$ .
- (a) Mostre que as dimensões de um retângulo satisfazendo essa propriedade é  $\sqrt{2} \approx 1,41$
- (b) Sabendo que a área da folha de  $A_0$  mede  $1m^2$ , determine suas dimensões.

**SOLUÇÃO**

2. Uma nova rede social registra quantos de seus contatos está em um determinado lugar. Um certo dia um número ímpar de pessoas conectadas a essa rede social estavam no mesmo lugar e cada um deles tinha o mesmo número de conhecidos nesse lugar. Mostre que essa quantidade comum não pode ser ímpar.

### **SOLUÇÃO**

3. No triângulo  $ABC$  retângulo em  $A$  temos que  $AC = AB$ . sejam  $E$  e  $D$  pontos sobre  $BC$  tal que  $EAD$  seja  $45^\circ$ . Seja  $S_1$  a área do semicírculo com diâmetro  $CE$ , Seja  $S_2$  a área do semicírculo com diâmetro  $DB$  e Seja  $S_3$  a área do semicírculo com diâmetro  $ED$ . Demonstre que  $S_3 = S_1 + S_2$ .



**SOLUÇÃO**

4. Um novo jogo virtual consiste de ataques e defesas entre dois jogadores. Em uma certa fase a defesa de um dos jogadores consiste em escolher uma sequência para os números 1, 2, 3, 4, 5, 6. O outro jogador também escolherá uma sequência dos mesmos números para atacar. O dano causado é de um ponto para cada número da sequência que coincida. Por exemplo:

(a) Ataque 135642

(b) Defesa 436215

Nessas condições o dano seria de um ponto pois o segunda número de ambas as sequências foi 3, havendo assim uma única coincidência. Qual a probabilidade de que a defesa não sofra nenhum dano?

### **SOLUÇÃO**

5. O Recife é cortado por um rio chamado Capibaribe (o rio das capivaras). Por esse motivo há muitas pontes pela cidade. No centro do Recife destacamos 8 pontes conforme a figura abaixo extraída do *Google maps*. Um guia de turismo pensou em fazer um roteiro saindo do Marco zero e passar por cada uma das 8 pontes da figura uma única vez e retornar ao Marco zero.



Explique se isso é possível ou não e no caso afirmativo exiba um desses caminhos.

## SOLUÇÃO