

Olimpíada Tubarão de Matemática
Segunda fase Nível Fundamental

1. Os papéis $A_0, A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, \dots$ satisfazem uma interessante propriedade. Cada um deles é o dobro do posterior, isto é, ao dobrar uma folha de A_0 ao meio obtemos uma folha de A_1 ; ao dobrar uma folha de A_1 ao meio obtemos uma folha de A_2 . Matematicamente, $A_0 = 2A_1, A_1 = 2A_2, A_2 = 2A_3, A_3 = 2A_4$. Sabendo que a área da folha de A_0 mede $1m^2$ e que uma resma de papel possui 500 papéis, qual o peso de uma resma de papel A_4 de $80g/m^2$.

SOLUÇÃO

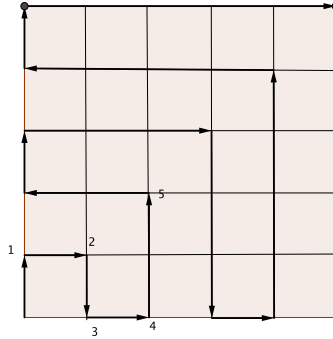
2. Uma nova rede social registra quantos de seus contatos está em um determinado lugar. Um certo dia 5 pessoas conectadas a essa rede social estavam no mesmo lugar e cada um deles tinha o mesmo número de conhecidos nesse lugar. Quais os possíveis valores para esse número em comum.

SOLUÇÃO

3. Safira joga um jogo onde ela deve percorrer TODOS os vértices de um quadriculado sem passar 2 vezes pelo mesmo vértice como na figura abaixo. O jogo termina quando todos os vértices são alcançados.

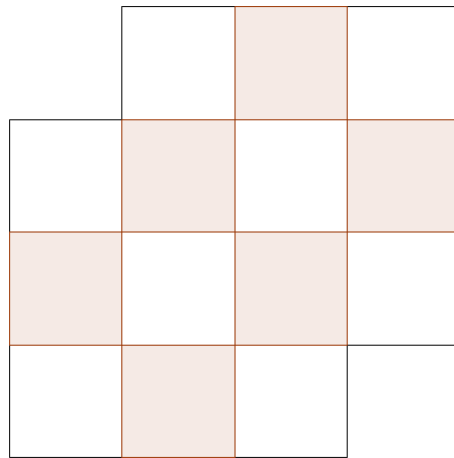
ela usa uma estratégia onde primeiro ela sobe, depois vai pra direita depois desce depois direita depois sobe depois esquerda, assim sucessivamente conforme a figura. em cada mudança de direção indicamos com um número: começando por 1, depois o 2, depois 3, etc.

- (a) Seguindo a estratégia de Safira, qual o número do último vértice em um quadriculado 10×10 ?
(b) Seguindo a estratégia de Safira, qual o número do último vértice em um quadriculado $n \times n$?
(c) Existe outra estratégia para acabar com um número menor no último vértice? justifique sua resposta.



SOLUÇÃO

4. Considere um tabuleiro 4×4 do qual foram retirados duas casas opostas, como na figura. O desafio consiste em cobrir todo o tabuleiro com peças de dominó, ou seja retângulos 2×1 . Explique se isso é ou não é possível, em caso afirmativo exiba uma solução.



SOLUÇÃO

5. Um desafio de um jogo de video game consiste em ligar água, luz e telefone a algumas casas sem que essas ligações se cruzem. Nas condições a seguir mostre como fazer a ligação quando for possível e explique qual o problema quando for impossível. A figura abaixo ilustra uma situação proibida.
- (a) Considere o caso de duas casas.
 - (b) Considere o caso de três casas.

SOLUÇÃO