Olimpíada Tubarão de Matemática 2017

Segunda fase Nível II

Nome: ____________________

E-mail: ____________________

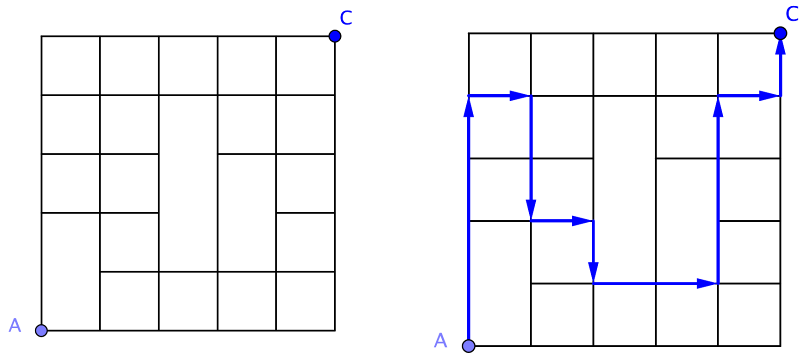
Colégio: ____________________ Série: ____________________

Pontuação na primeira fase: ____________ Pontuação na segunda fase: ____________

1. O senhor Barbatana escreve todos os números de 3 algarismos nos quais o algarismo das dezenas é maior que a soma dos outros dois algarismos. Por exemplo 273 onde $7 > 2+3$ e 181 onde $8 > 1+1$. Quantos são os algarismos escritos pelo senhor Barbatana?

2. Considere três tabuleiros, um 6×6, um 7×7 e outro 8×8. Queremos cobrir esses tabuleiros usando dominós 2×1 de modo que toda reta horizontal ou vertical que corte o tabuleiro, corte também algum dominó. Em outras palavras não pode haver uma reta que separe o tabuleiro em duas partes sem cortar algum dominó. Para cada tabuleiro decida se isso é possível ou não. Em caso afirmativo mostrar uma configuração possível. Em caso negativo explicar a impossibilidade.

3. De quantas maneiras podemos ir do vértice inferior esquerdo A até o vértice superior direito C sobre a grade representada na figura abaixo sem passar duas vezes pelo mesmo local e sem mover-se para esquerda? Os únicos movimentos permitidos são: para cima, para baixo e para a direita. A figura abaixo mostra um caminho possível.



4. Um famoso programa de auditório na TV aberta na década de 90 no Brasil era comandado pelo humorista Serginho Malandro (Yeh-yeh, Glu-glu). Um dos momentos mais esperados do programa consistia num jogo denominado *A porta dos desesperados*. O jogo consistia de 3 portas chamadas A, B, C onde uma delas continha um grande prêmio e as outras duas tinham monstros em seu interior. Ninguém sabia qual porta tinha o prêmio. O participante escolhia uma das portas ao acaso e, depois de muito suspense o Serginho Malandro abria uma das portas que o participante não havia escolhido de onde saía um monstro. A pergunta então era se o participante queria trocar de porta ou não. Analisando as possibilidades do ponto de vista matemático, qual a decisão mais vantajosa: trocar, permanecer com a escolha feita inicialmente, ou são indiferentes? Explique sua conclusão.

5. O senhor Bartatana escreve os pares $(n, 3^n)$ para $n = 1, 2, 3, \ldots, 2017$. Ou seja os pares:

$$(1, 3^1), (2, 3^2), (3, 3^3), (4, 3^4), (5, 3^5), \ldots, (2015, 3^{2015}), (2016, 3^{2016}), (2017, 3^{2017})$$

O seu amigo senhor Barbabranca sublinha todos os pares em que ambos os números possuem o mesmo dígito da unidade. Por exemplo, o primeiro par sublinhado é $(7, 3^7)$ pois $3^7 = 2187$ tem o mesmo dígito das unidades que o 7. Quantos números serão sublinhados pelo senhor Barbabranca?