



Olimpíada Tubarão de Matemática 2019
Segunda fase Nível II
Nono ano, primeiro e segundo anos

Nome: _____

E-mail: _____

Colégio: _____ Série: _____

Pontuação na primeira fase: _____ Pontuação na segunda fase: _____

1. A pequena Dory, neta do senhor Barba Branca, criou um jogo de tabuleiro no qual ela escreveu os números: $1, 2, 3, 4, \dots, n$. Inicialmente ela está fora do tabuleiro, do lado esquerdo. Quando dizemos que ela pula dois, ela vai para a casa 2. Quando ela está na casa 5, por exemplo, quando dizemos que ela pula 3 casas, ela vai para a casa 8. E assim sucessivamente.



- (a) Na fase seguinte do jogo, ela decidiu começar pulando de 3 em 3 até o final. Sai do tabuleiro, depois se vira e volta pulando de 4 em 4 até o número 1, e depois sai novamente do tabuleiro, se vira novamente e volta pulando de 2 em 2 até o n . Qual o menor valor possível pra n ?
- (b) Em outra fase do jogo ela decidiu começar pulando de 2 em 2 até o final parando na penúltima casa $n - 1$. Depois ela se virou e voltou pulando de 3 em 3 até o número 3, e depois ele se vira novamente e volta pulando de 2 em 2 até a penúltima casa, $n - 1$. Qual o menor valor possível pra n ?

2. Os senhores Barba Branca e Barbatana formularam os seguintes desafios para seus netos.
- a) Encontre um múltiplo de 13 da forma $7777777777\dots777$.
 - b) Considere um número ímpar que não seja terminado em 5. Mostre que ele possui um múltiplo da forma $7777777777\dots777$.

3. Seu Barbatana pintou todos os números naturais, $1, 2, 3, 4, \dots$, alguns de branco e outros de preto. De fato ele inventou uma fórmula geral que permitia que qualquer pessoa fizesse a pintura. Seu amigo, Barba Branca, percebeu as seguintes características na pintura.

- (i) A soma de um número preto com um branco sempre dá um número preto;
- (ii) O produto de um número preto com um branco sempre dá um número branco.

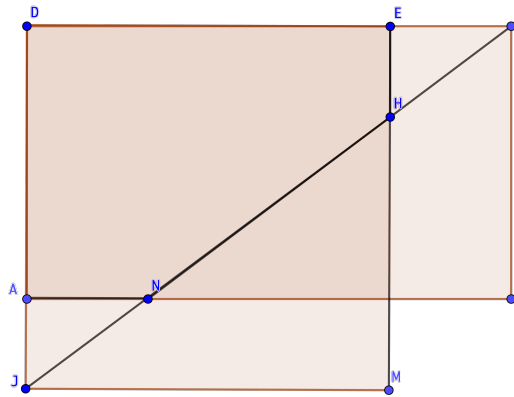
Qual a cor do produto de dois números brancos? Explique sua resposta.

4. Um novo jogo em forma de aplicativo consiste em pintar um determinado mapa usando quatro cores. As áreas quadradas só podem ser pintadas com as cores Azul, Amarelo, Vermelho e Verde. As áreas pentagonais só podem ser pintadas com as cores Azul, Amarelo, Marron e Preto. Em cada uma das figuras abaixo quantas são as formas de pintar as regiões sabendo que regiões que possuem um lado em comum não podem ser pintadas usando a mesma cor.



Figure 1: Mapas para colorir

5. A pequena Dory observa seu pai, Nemo que é designer. Ele trabalhava com uma figura retangular ABCD com lados 9cm e 16cm . Ela foi cortada usando um programa de edição gráfica, chegamos à outra figura conforme o esquema abaixo. A nova figura é um quadrado.



- (a) Qual o lado do quadrado DEMJ?
(b) Qual o perímetro do triângulo ECH?